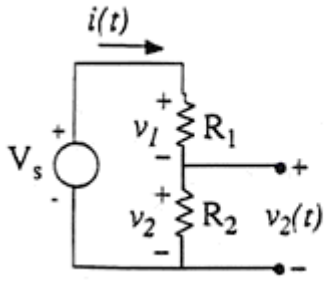
Unidad I

Técnicas y teoremas para el análisis de circuitos eléctricos

1.1. Divisor de voltaje y corriente.

. Divisor de voltaje



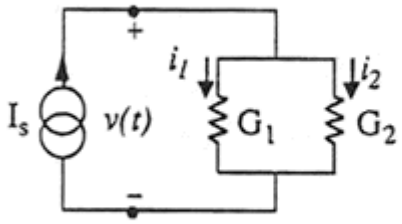
$$V_S(t) = v_1(t) + v_2(t) = i(t)\cdot(R_1 + R_2) \Rightarrow i(t) = \frac{V_S(t)}{R_1 + R_2}$$

$$v_2(t) = i(t)\cdot R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\cdot V_S(t)$$

$$\frac{v_2(t)}{V_S(t)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

El voltaje $V_s(t)$ se divide en los voltajes que caen en las resistencias R_1 y R_2. Esta fórmula sólo es válida si la salida $v_2(t)$ está en circuito abierto (no circula corriente por los terminales donde se mide $v_2(t)$).

2. Divisor de corriente



$$I_S(t) = i_1(t) + i_2(t) = v(t)\cdot(G_1 + G_2) \Rightarrow v(t) = \frac{I_S(t)}{G_1 + G_2}$$

$$i_2(t) = v(t)\cdot G_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2}\cdot I_S(t)$$

$$\frac{i_2(t)}{I_S(t)} = \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

Análogamente, la corriente $I_s(t)$ se divide en las corrientes que atraviesan las dos conductancias.

1.2. Transformación de fuentes.

En él capitulo 1 se definió las fuentes independientes y se hizo la salvedad de que eran ideales, una batería de 12 V ideal suministra estos 12V independientemente de la carga que se encuentra conectada entre sus terminales, sin embargo, una fuente real de 12V suministra 12V cuando sus terminales se encuentran en circuito abierto y menos de 12V cuando entre estos se encuentra pasando una corriente. Esto revela que la fuente de voltaje tiene una caída de voltaje interna, y esta caída disminuye el voltaje entre los terminales.

Se representa esta fuente practica por medio de un modelo como el presentado en la siguiente figura:

Puede ver en detalle el modelo resaltado en verde, conectado a una resistencia de carga RL.

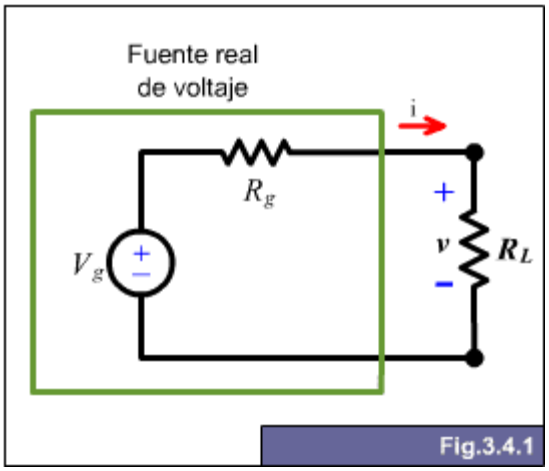


Fig.3.4.1

Basándose en este modelo se ve que la fuente de voltaje real esta conformada por una fuente (vg) ideal en serie con una resistencia interna (Rg), el voltaje **v** visto por la resistencia de carga es igual a:

$$v = v_g + R_g i$$

Ec. 3.4.1

Como se puede observar en el caso de circuito abierto (i=0) se tiene que v = vg, y bajo condiciones de corto circuito **i = vg/Rg** . Teniendo en cuenta que Rg siempre es mayor que cero en una fuente verdadera, la fuente nunca podría entregar una corriente infinita.

En una fuente dada, con los valores vg y Rgseleccionados, la resistencia de carga RL es la que determina el flujo de corriente entre las terminales, debido a:

$$i = \frac{v_g}{R_g + R_L}$$

Ec. 3.4.2

y aplicando un divisor de voltaje se tiene:

$$v = \frac{R_L v_g}{R_g + R_L}$$

Ec. 3.4.3

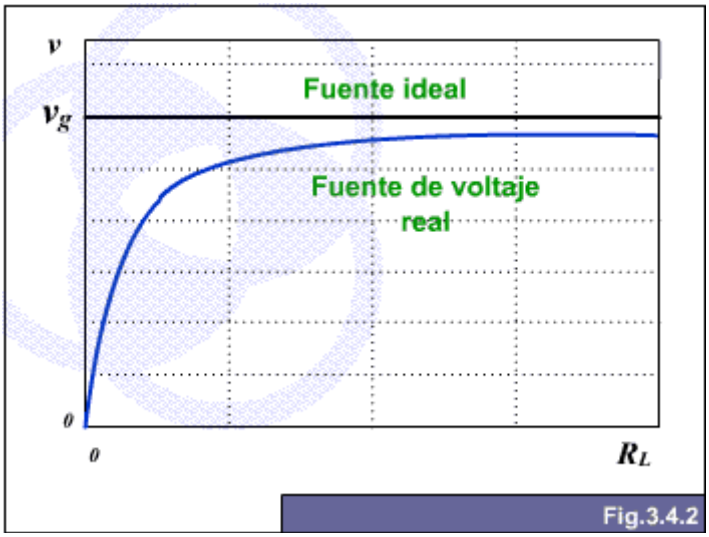


Fig.3.4.2

Por lo tanto cuando se varia RL tanto i como v varían a continuación mostraremos la relación de v vs RL.

En la gráfica se puede observar, cual es la diferencia entre el comportamiento de una fuente ideal y una fuente real de voltaje, como se puede ver al aumentar el valor de RL, el valor de v se acerca al valor de vg y cuando se presenta el caso de que RL sea infinita, un circuito abierto, el valor de v es igual al de vg.

Se puede remplazar la fuente real de voltaje por una fuente real de corriente, escribiendo:

$$i = \frac{v_g}{R_g} - \frac{v}{R_g}$$

Ec. 3.4.4

si se hace:

$$i_g = \frac{v_g}{R_g}$$

Ec. 3.4.5

Entonces se tiene:

$$i = i_g - \frac{v}{R_g}$$

Ec. 3.4.6

Ahora el circuito escrito por la anterior ecuación, seria de la forma:

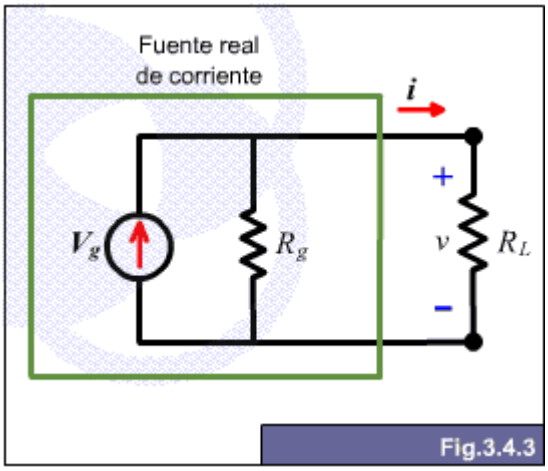


Fig.3.4.3

Las figuras tanto de la fuente real de voltaje como la de la fuente real de corriente son equivalentes entre terminales, si Rg es igual en ambos casos y se cumple que:

$$i_g = \frac{v_g}{R_g}$$

Ec. 3.4.7

Si se hace un divisor de corriente para obtener i, se encuentra la siguiente ecuación:

$$i = \frac{R_g i_g}{R_g + R_L}$$

Ec. 3.4.8

Si se varia RL con respecto a la corriente, se puede obtener la siguiente gráfica del comportamiento de la fuente real de corriente.

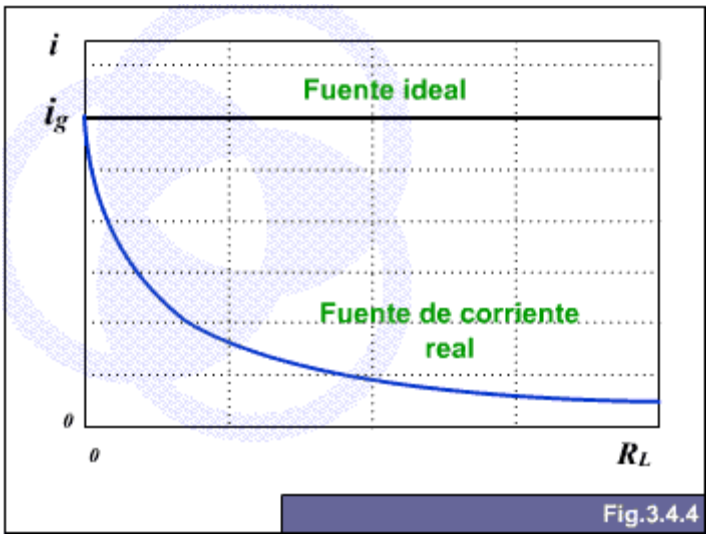


Fig.3.4.4

Como se puede observar, la fuente ideal a medida que la resistencia de carga aumenta, disminuye la cantidad de corriente que puede suministrar.

1.3. Análisis de mallas.

El **análisis de mallas** (algunas veces llamada como **método de corrientes de malla**), es una técnica usada para determinar la tensióno la corriente de cualquier elemento de un circuito plano. Un circuito plano es aquel que se puede dibujar en un plano de forma que ninguna rama quede por debajo o por arriba de ninguna otra. Esta técnica está basada en la ley de tensiones de Kirchhoff. La ventaja de usar esta técnica es que crea un sistema de ecuaciones para resolver el circuito, minimizando en algunos casos el proceso para hallar una tensión o una corriente de un circuito.[1]

Para usar esta técnica se procede de la siguiente manera: se asigna a cada una de las mallas del circuito una corriente imaginaria que circula en el sentido que nosotros elijamos; se prefiere asignarle a todas las corrientes de malla el mismo sentido. De cada malla del circuito, se plantea una ecuación que estará en función de la corriente que circula por cada elemento. En un circuito de varias mallas resolveríamos un sistema lineal de ecuaciones para obtener las diferentes corrientes de malla.

1.4. Análisis de nodos.

En análisis de circuitos eléctricos, el análisis de nodos, o método de tensiones nodales es un método para determinar la tensión (diferencia de potencial) de uno o más nodos.

Cuando se analiza un circuito por las leyes de Kirchhoff, se podrían usar análisis de nodos (tensiones nodales) por la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) oanálisis de malla (corrientes de malla) usando la ley de tensiones de Kirchhoff (LVK). En el análisis de nodos se escribe una ecuación para cada nodo, con condición que la suma de esas corrientes sea igual a cero en cualquier instante, por lo que una carga Q nunca puede acumularse en un nodo. Estas corrientes se escriben en términos de las tensiones de cada nodo del circuito. Así, en cada relación se debe dar la corriente en función de la tensión que es nuestra incógnita, por la conductancia. Por ejemplo, para un resistor, $I_{rama} = V_{rama} * G$, donde G es la Conductancia del resistor.

El análisis de nodos es posible cuando todos los nodos tienen conductancia. Este método produce un sistema de ecuaciones, que puede resolverse a mano si es pequeño, o también puede resolverse rápidamente usando álgebra lineal en un computador. Por el hecho de que forme ecuaciones muy sencillas, este método es una base para muchos programas de simulación de circuitos (Por ejemplo, SPICE). Cuando los elementos del circuito no tienen conductancia, se puede usar una extensión más general del análisis de nodos, El análisis de nodos modificado.

Los ejemplos simples de análisis de nodos se enfocan en elementos lineales. Las redes no lineales(que son más complejas) también se pueden resolver por el análisis de nodos al usar el método de Newton para convertir el problema no lineal en una secuencia de problemas lineales

1.5. Linealidad y superposición.

Comprobaremos prácticamente que se cumplen las propiedades de superposición y linealidad en un dipolo lineal.

- **Propiedad de superposición**: la suma de dos soluciones del dipolo es otra solución de dicho dipolo.
- **Propiedad de linealidad**: si (v,i) es una solución del dipolo, otra es (n·v, n·i).
- Solo los dipolos lineales cumplen las anteriores propiedades.
- La resistencia, la autoinducción y la capacidad **son dipolos lineales**.

1.6. Teoremas de Thévenin y Norton.

El **teorema de Norton** para circuitos eléctricos es dual del teorema de Thévenin. Se conoce así en honor al ingeniero Edward Lawry Norton, de los Laboratorios Bell, que lo publicó en un informe interno en el año 1926.[1] El alemán Hans Ferdinand Mayer llegó a la misma conclusión de forma simultánea e independiente.

Establece que cualquier circuito lineal se puede sustituir por una fuente equivalente de intensidad en paralelo con una impedancia equivalente.

Al sustituir un generador de corriente por uno de tensión, el borne positivo del generador de tensión deberá coincidir con el borne positivo del generador de corriente y viceversa.

1.7. Teorema de la máxima transferencia de potencia.

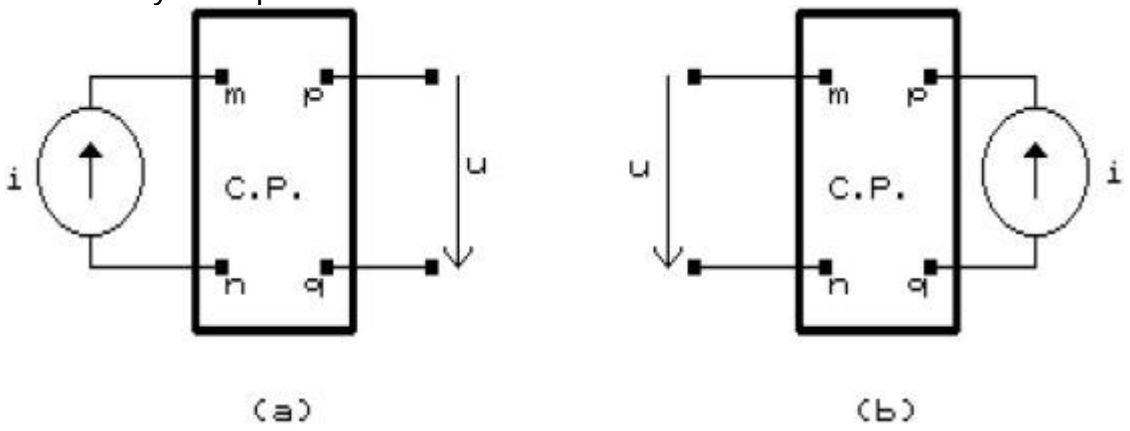
En ingeniería eléctrica, electricidad y electrónica, el **teorema de máxima transferencia de potencia** establece que, dada una fuente, con una resistencia de fuente fijada de antemano, la resistencia de carga que maximiza la transferencia de potencia es aquella con un valor óhmico igual a la resistencia de fuente. También este ayuda a encontrar el teorema de Thevenin y Norton.
El teorema establece cómo escoger (para maximizar la transferencia de potencia) la resistencia de carga, una vez que la resistencia de fuente ha sido fijada, no lo contrario. No dice cómo escoger la resistencia de fuente, una vez que la resistencia de carga ha sido fijada. Dada una cierta resistencia de carga, la resistencia de fuente que maximiza la transferencia de potencia es siempre cero, independientemente del valor de la resistencia de carga.
Se dice que Moritz von Jacobi fue el primero en descubrir este resultado, también conocido como "Ley de Jacobi".

1.8. Teorema de Reciprocidad.

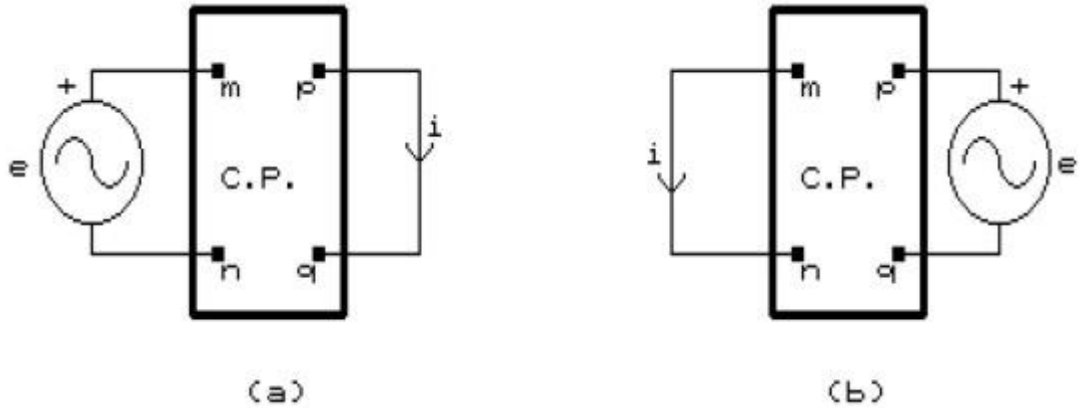
Es un teorema muy usado en análisis de circuitos. El **teorema de reciprocidad** cuenta con dos enunciados que en términos generales nos dice:

> En cualquier red bilateral real pasiva, si la fuente de tensión simple $\mathbf{V_x}$ en la rama *x* produce la respuesta en corriente I_y en la rama *y*, entonces la eliminación de la fuente de tensión en la rama *x* y su inserción en la rama *y* produciría la respuesta en corriente $\mathbf{I_y}$

Primer enunciado
Indica que si la excitación en la entrada de un circuito produce una corriente *i* a la salida, la misma excitación aplicada en la salida producirá la misma corriente *i* a la entrada del mismo circuito. Es decir el resultado es el mismo si se intercambia la excitación y la respuesta en un circuito. Así:

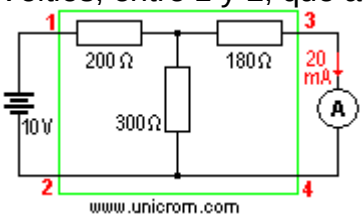


Segundo enunciado
La intensidad i que circula por una rama de un circuito lineal y pasivo, cuando se intercala una fuente de tensión en otra rama, es la misma que circularía por esta última si la fuente de tensión se intercalase en la primera.

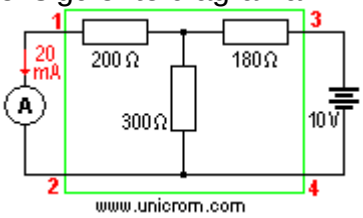


Ejemplo simple

En el siguiente circuito se tiene una fuente de tensión en corriente directa de 10 Voltios, entre 1 y 2, que alimenta una red de resistencias.



Si ahora se cambian de posición la fuente de tensión y el amperímetro, quedando la fuente de tensión entre 3 y 4, y el amperímetro entre 1 y 2, como se muestra en el siguiente diagrama:



Se observa que en el amperímetro se lee una corriente de 20 mA. En conclusión se puede afirmar que: "El hecho de intercambiar la posición relativa de los puntos de inserción de la fuente y del amperímetro no modifica los valores medidos".